

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ КУРСА

1.1. ОБЩИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Сопротивление материалов – раздел более общей науки – механики деформируемого твердого тела, в котором излагаются основы и методы инженерных расчетов элементов конструкций на прочность, жесткость, устойчивость и выносливость при одновременном удовлетворении требований надежности, экономичности и долговечности. Кроме сопротивления материалов в механику деформируемого твердого тела входят: теория упругости, теория пластичности и ползучести, теория сооружений, строительная механика, механика разрушения и др.

Прочность – способность материала (образца, детали, элемента конструкции...) не разрушаясь сопротивляться действию внешних сил. Часто под **прочностью** понимают способность сопротивляться развитию пластических деформаций под действием внешних сил. Целью расчета на прочность является определение размеров деталей или величины внешних нагрузок, при которых исключается возможность разрушения элемента конструкции.

Жесткость – способность конструктивных элементов деформироваться без существенного изменения геометрических размеров. Целью расчета на жесткость является определение нагрузок и размеров деталей, при которых исключается возможность появления недопустимых с точки зрения нормальной работы конструкции деформаций.

Устойчивость – способность конструктивного элемента сохранять под нагрузкой первоначальную форму равновесия. При потере устойчивости возникает **продольный изгиб** – изгиб первоначально прямолинейного стержня под действием центрально приложенных продольных сжимающих сил.

Выносливость или **циклическая прочность** – способность материала противостоять **усталости**.

Усталость – процесс постепенного накопления повреждений под действием переменных напряжений, приводящий к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению.

Надежность – свойство объекта сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки.

Долговечность – свойство элемента или системы длительно сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при определенных условиях эксплуатации.

В теоретической части сопротивление материалов базируется на математике и теоретической механике, в экспериментальной части – на

физике и материаловедении и применяется при проектировании машин, приборов и конструкций. Обе части, относящиеся к этой науке, имеют одинаково большое значение. Практически все специальные дисциплины подготовки инженеров по разным специальностям содержат разделы курса сопротивления материалов, так как создание работоспособной новой техники невозможно без анализа и оценки ее прочности, жесткости и надежности.

Задачей сопротивления материалов, как одного из разделов механики сплошной среды, является определение деформаций и напряжений в твердом упругом теле, которое подвергается силовому или тепловому воздействию. Сопротивление материалов базируется на ряде гипотез геометрического или физического характера. Такой метод позволяет получить, хотя и не во всех случаях, вполне точные, но достаточно простые формулы для вычисления напряжений.

1.2. ГИПОТЕЗЫ И ДОПУЩЕНИЯ, ПРИНЯТЫЕ В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

1. Гипотеза сплошности и однородности — материал представляет собой однородную сплошную среду; свойства материала во всех точках тела одинаковы и не зависят от размеров тела. Атомистическая теория дискретного строения вещества во внимание не принимается. Гипотеза позволяет не учитывать особенности кристаллической структуры металла, разный химический состав и прочностные свойства связующего и наполнителей в пластмассах, бетонах (щебень, песок, цемент), наличие сучков в древесине.

2. Гипотеза об изотропности материала — физико-механические свойства материала одинаковы по всем направлениям. В некоторых случаях предположение об изотропии неприемлемо, материал является анизотропным. Так, анизотропными являются древесина, свойства которой вдоль и поперек волокон различны, а также армированные (композиционные) материалы.

3. Гипотеза об идеальной упругости материала — тело способно восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после устранения причин, вызвавших его деформацию.

4. Гипотеза о совершенной упругости материала — перемещения точек конструкции в упругой стадии работы материала прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения (справедлив закон Гука). В действительности реальные тела можно считать упругими только до определенных величин нагрузок, и это необходимо учитывать, применяя формулы сопротивления материалов.

5. Гипотеза Бернулли о плоских сечениях — поперечные сечения, плоские и нормальные к оси стержня до приложения к нему нагрузки, ос-

таются плоскими и нормальными к его оси в деформированном состоянии; при изгибе сечения поворачиваются не искривляясь.

6. Принцип Сен-Венана – в сечениях, достаточно удаленных от мест приложения нагрузки, деформация тела не зависит от конкретного способа нагружения и определяется только статическим эквивалентом нагрузки. Резко выраженная неравномерность распределения напряжений по сечению 2-2, показанная на рисунке, постепенно выравнивается (сечение 3-3) и на удалении, равном ширине сечения (сечения 4-4 и 5-5), исчезает.

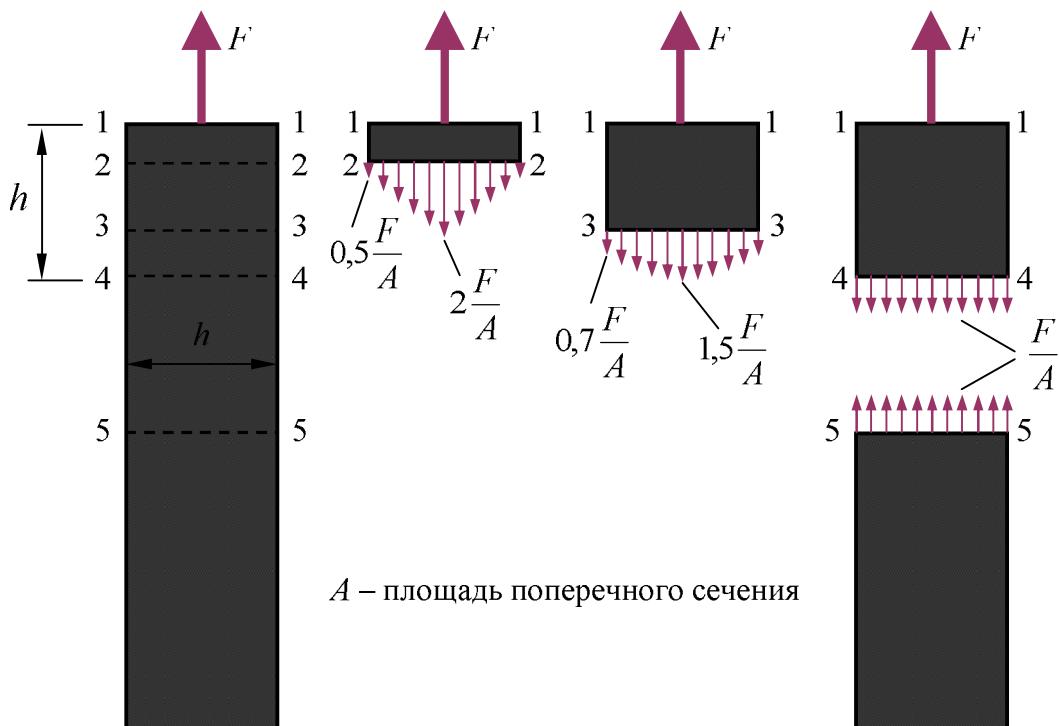


Рис. 1.1. Распределение нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня при растяжении сосредоточенной силой

7. Принцип Д'Аламбера – если к активным силам, действующим на точки механической системы, и реакциям наложенных связей присоединить силы инерции, то получится уравновешенная система сил. Принцип используется в расчетах на прочность при динамическом действии сил.

8. Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции) – результат воздействия нескольких внешних факторов равен сумме результатов воздействия каждого из них, прикладываемого в отдельности, и не зависит от последовательности их приложения. Это же справедливо и в отношении деформаций.

9. Принцип начальных размеров (гипотеза о малости деформаций) – деформации в точках тела настолько малы по сравнению с размерами деформируемого тела, что не оказывают существенного влияния на

взаимное расположение нагрузок, приложенных к телу. Допущение применяют при составлении условий статики, считая тело абсолютно твердым.

10. Допущение об отсутствии начальных внутренних усилий в теле до приложения нагрузки. Почти во всех реальных деталях и элементах конструкций указанное допущение полностью не выполняется. Внутренние напряжения возникают в деревянных конструкциях вследствие неравномерного высыхания; в стальных и чугунных отливках – вследствие неравномерного охлаждения; в стальных деталях – вследствие термической (закалка...) и механической (шлифование...) обработок. Формирование колесных пар для железнодорожных вагонов осуществляют путем запрессовки колес на ось. За счет натяга создаются напряжения в ступице колеса и подступичной части оси.

Замечание о точности расчетов и округлении результатов. С учетом изложенных гипотез и допущений, а также разбросов результатов экспериментов по определению механических свойств, точность инженерных расчетов не превышает 3–5 %. В некоторых случаях погрешность 10–15 % считают приемлемой. На практике, если нет специальных указаний, результат округляют до трех значащих цифр. Например, результат **568 234** следует округлить до **568 000**, а результат **0,00237648** – до **0,00238** или **$2,38 \cdot 10^{-3}$** .

1.3. Типы схематизаций, используемые в сопротивлении материалов

Реальный объект – исследуемый элемент конструкции, взятый с учетом всех своих особенностей: геометрических, физических, механических и других.

Расчет реального объекта является или теоретически невозможным, или практически неприемлемым по своей сложности. Поэтому в сопротивлении материалов используют расчетные схемы, в которых применяют упрощения, облегчающие расчет.

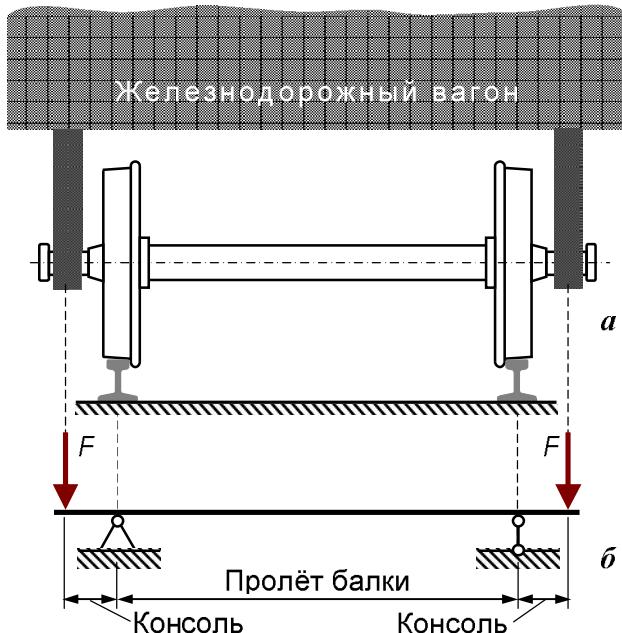


Рис. 1.2. Пример реальной конструкции (а) и соответствующей ей расчётной схемы (б)

Расчетная схема – идеализированная схема, отражающая наиболее существенные особенности реального объекта, определяющие его поведение под нагрузкой. В зависимости от постановки задачи и требуемой точности ее решения для одной и той же конструкции может быть предложен-

но несколько расчетных схем. Так же и одна расчетная схема может соответствовать различным конструкциям.

Основная цель сопротивления материалов – создать практически приемлемые простые приемы (методики) расчета типовых наиболее часто встречающихся элементов конструкций. Необходимость перехода от реального объекта к расчетной схеме (с целью упрощения расчетов) заставляет вводить схематизацию понятий. Выделяют следующие типы схематизации:

- физическая схематизация;*
- геометрическая схематизация;*
- силовая схематизация.*

Физическая схематизация (модель материала)

Все изучаемые тела считают выполненными (изготовленными) из материалов, наделенными идеализированными свойствами. Материал элементов конструкций считают *сплошным, однородным, изотропным и линейно упругим* (см. выше гипотезы 1, 2, 3, 4).

Геометрическая схематизация (модель формы)

Виды конструктивных элементов, встречающихся в сооружениях и машинах, при всем их разнообразии, можно свести к четырем основным категориям.

Массивное тело – тело, у которого все три размера величины одного порядка (рис. 1.3). Это – фундаменты сооружений, подпорные стенки, станины станков и т. п.

Брус – тело, одно из измерений которого, значительно больше двух других. Брусья с прямолинейной осью постоянного сечения (*а*), переменного сечения (*б*), ступенчатый (*в*), тонкостенный (толщина стенок значительно меньше габаритных размеров сечения) стержень (*г*), с криволинейными осями (*д*), (*е*), (*ж*) (рис. 1.4).

Оболочка – тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расположенные на близком расстоянии одна от другой (рис. 1.5). Геометрическое место точек, равноудаленных от обеих поверхностей оболочки, называют *срединной поверхностью*. По форме срединной поверхности различают оболочки цилиндрические, конические, сферические и др. К оболочкам относятся тонкостенные резервуары, котлы, купола зданий, обшивки фюзеляжей, крыльев (и других частей летательных аппаратов), корпуса судов и т. п.

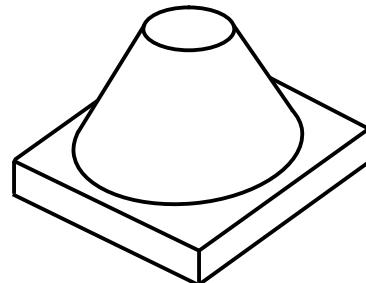


Рис. 1.3. Массивное тело

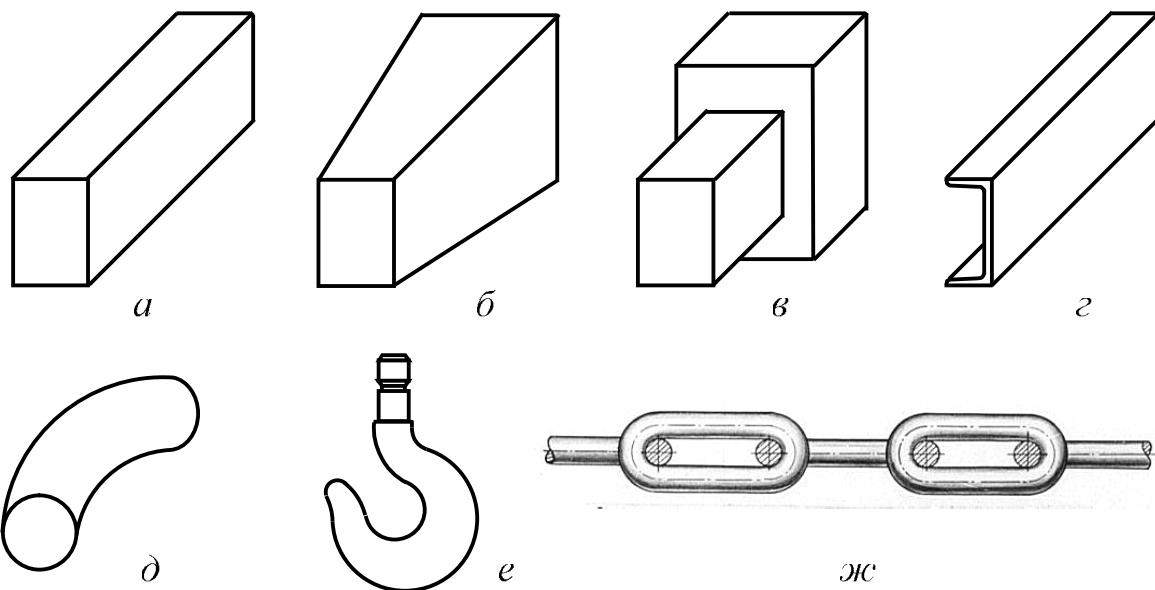


Рис. 1.4. Примеры брусьев различной формы

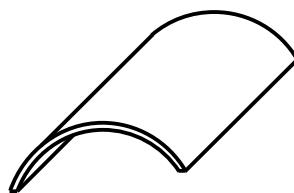


Рис. 1.5. Оболочка

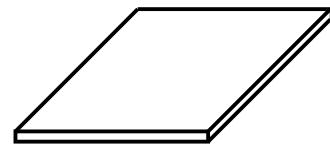


Рис. 1.6. Пластина

Пластина – тело, ограниченное двумя параллельными поверхностями (рис. 1.6). Пластины могут быть круглыми, прямоугольными и иметь другие очертания. Толщина пластин, как и оболочек, может быть постоянной или переменной. Пластинами являются плоские днища и крышки резервуаров, перекрытия инженерных сооружений, диски турбомашин и т. п.

Тела, имеющие эти основные формы, являются объектами расчета на прочность, жесткость и устойчивость. В настоящем учебном пособии рассматриваются разделы, связанные с расчетом брусьев с прямолинейной геометрической осью.

Схематизация опор

Схемы реальных опорных устройств можно свести к трем типам.

Шарнирно-подвижная опора балки (рис. 1.7, а) препятствует только вертикальному перемещению конца балки, но ни горизонтальному перемещению, ни повороту. Такая опора при любой нагрузке дает одну реакцию.

Шарнирно-неподвижная опора (рис. 1.7, б) препятствует вертикальному и горизонтальному перемещениям конца балки, но не препятствует повороту сечения. Дает две реакции: вертикальную и горизонтальную.

Заделка (защемление) (рис. 1.7, в). Опора препятствует вертикальному и горизонтальному перемещениям конца балки, а также повороту сечения. Дает три реакции: вертикальную и горизонтальную силы и пару сил.

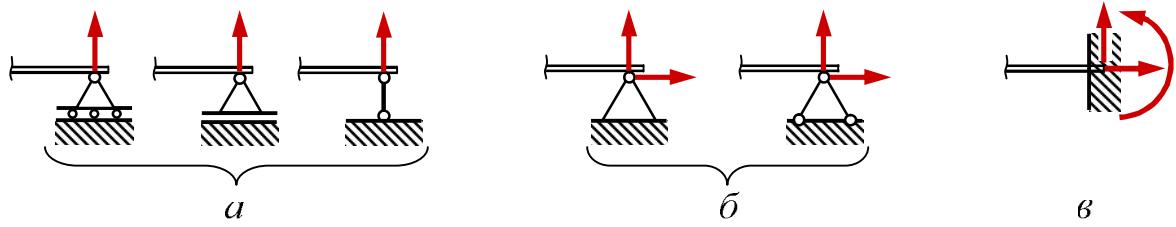


Рис. 1.7. Схемы опорных устройств варианты их изображения:
а – шарнирно-подвижная опора; б – шарнирно-неподвижная опора;
в – защемление (жесткая заделка)

Силовая схематизация (модель нагружения)

В нагруженном теле, находящемся в равновесии, **внешние нагрузки** стремятся вызвать деформацию тела, а **внутренние усилия** стремятся сохранить тело как единое целое.

Внешние нагрузки – силы взаимодействия между рассматриваемым элементом конструкции и другими телами, связанными с ним.

Классификация внешних нагрузок производится по трем признакам: способу приложения, продолжительности действия, характеру изменения.

По способу приложения: сосредоточенные, распределенные.

Сосредоточенными (рис. 1.8, а) называют силы, приложенные к площадкам, размеры которых малы по сравнению с размерами объекта, например, давление обода колеса на рельс. Размерность Н, кгс (ニュ顿, килограмм силы).

Распределенными по площади (поверхностными) (рис. 1.8, б) называют силы, приложенные к площадкам контакта, например, давление жидкости или газа на стенки сосуда, суговая нагрузка на кровлю здания. Давление выражается в единицах силы, отнесенных к единице площади, $\text{Н}/\text{м}^2$, $\text{кгс}/\text{см}^2$. Производная единица Паскаль: $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н}/\text{м}^2$.

Распределенные по длине (рис. 1.9, а) равномерно или по заданному закону (треугольному, параболическому...). Размерность $\text{Н}/\text{м}$, $\text{кгс}/\text{м}$.

Объемные силы (рис. 1.9, б) непрерывно распределены по объему, занимаемому элементом, например, сила тяжести, сила инерции. Характеризуются интенсивностью, то есть отношением единицы силы к единице объема, $\text{Н}/\text{м}^3$, $\text{гс}/\text{см}^3$.

По продолжительности действия: постоянные и временные.

Постоянные действуют в течение всего времени существования конструкции, например, нагрузка на фундамент здания.

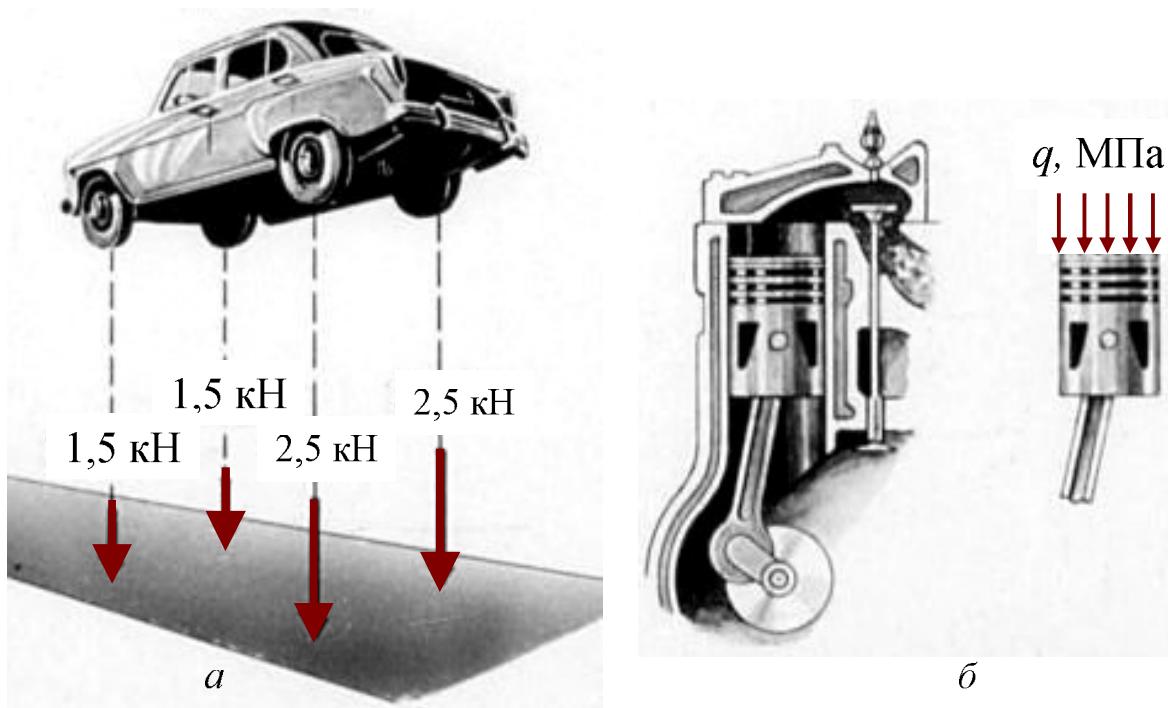


Рис. 1.8. Примеры сосредоточенной (*а*) и равномерно распределенной по площади (*б*) нагрузок

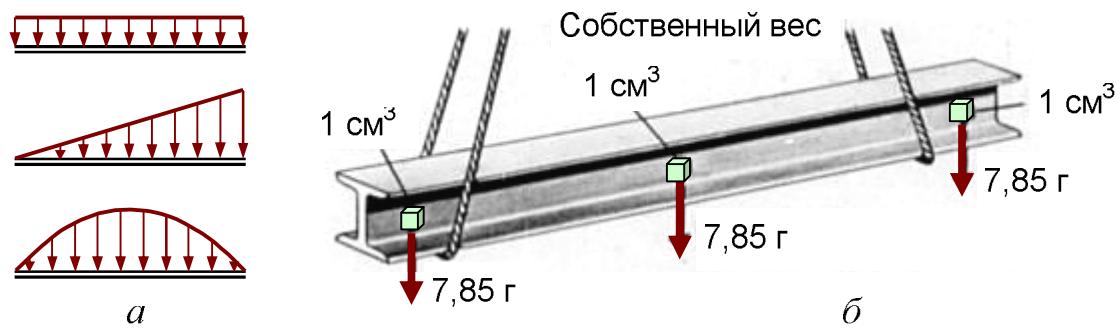


Рис. 1.9. Виды распределенной по длине (*а*) и объему (*б*) нагрузок

Временные действуют на протяжении отдельных периодов эксплуатации объекта, например, давление газа в баллоне.

По характеру изменения в процессе приложения

Статические – постоянные (нагрузка от собственного веса), или медленно изменяющиеся так, что силами инерции вследствие ускорения можно пренебречь (изменение давления от снеговой нагрузки).

Динамические – вызывающие в конструкции или отдельных ее элементах большие ускорения, которыми пренебречь нельзя. Величина этой нагрузки значительно изменяется за малые промежутки времени, например, ударная.

Повторно-переменные – изменяющиеся по некоторому закону.

Примеры: изменение натяжения ветви ремня (или цепи) в зависимости от ее положения в текущий момент времени – сбегающая или набегающая ветвь на ведущий шкив (звездочку). Изменение натяжения спицы велосипедного колеса в зависимости от ее положения (верхнее или нижнее в данный момент вращения колеса).

1.4. ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ

Величиной внутренних усилий определяется степень деформации элемента конструкции и возможность разрушения в том или ином опасном сечении элемента конструкции.

Внутренние усилия – силы взаимодействия между частями тела (кристаллами, молекулами, атомами), возникающие внутри элемента конструкции, как противодействие внешним нагрузкам.

Для выявления внутренних усилий пользуются **методом сечений**.

1. **Рассечь** нагруженное тело плоскостью P на две части (рис. 1.10, a).

2. **Отбросить** одну из частей (рис. 1.10, δ). Реальное тело представляет собой конгломерат различно ориентированных зерен, от граней которых в разных направлениях действуют элементарные внутренние усилия.

3. **Заменить** действие отброшенной части внутренними усилиями. При этом используется аппарат теоретической механики: определение равнодействующей системы сходящихся сил, параллельных сил, перенос сил в заданную точку – центр тяжести сечения 0 (рис. 1.10, β). Полученные в результате приведения главный вектор \bar{R} и главный момент \bar{M} спроектировать на главные оси инерции z , y и геометрическую ось x .

4. **Уравнения равновесия** позволяют определить внутренние усилия. Всего их шесть: **три силы** – проекции главного вектора R (рис. 1.10, ε):

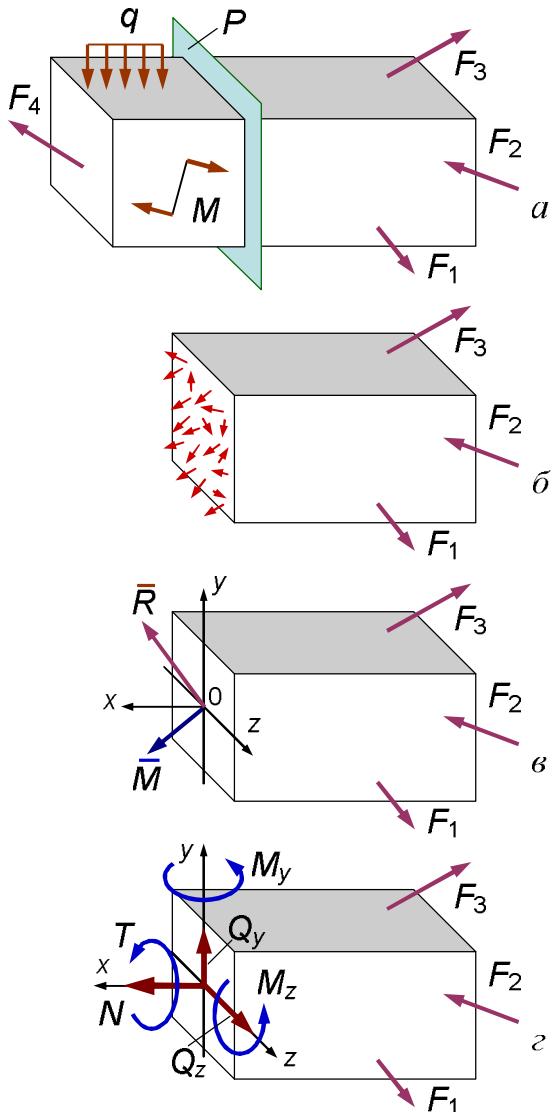


Рис. 1.10. Определение внутренних усилий методом сечений

$\Sigma X = 0; \quad N = \dots$	Продольное усилие	от англ. <i>normal</i>
$\Sigma Y = 0; \quad Q_y = \dots$	Поперечное усилие	от нем. <i>querlaufend</i>
$\Sigma Z = 0; \quad Q_z = \dots$	Поперечное усилие	

и **три момента** – проекции главного момента M :

$\Sigma M_x = 0; \quad T = \dots$	Крутящий момент	от англ. <i>torsional, torque</i>
$\Sigma M_y = 0; \quad M_y = \dots$	Изгибающий момент	от англ. <i>moment</i>
$\Sigma M_z = 0; \quad M_z = \dots$	Изгибающий момент	

Таким образом, можно сформулировать **правило определения внутренних силовых факторов**: *внутренние силы N, Q_y, Q_z численно равны алгебраической сумме проекций всех внешних сил (в том числе и реакций), приложенных к брусу по одну сторону от рассматриваемого сечения. Аналогично: внутренние моменты T, M_y, M_z численно равны алгебраической сумме моментов от внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.* Какую именно сторону, правую или левую, верхнюю или нижнюю следует рассматривать, зависит от схемы нагружения. Предпочтение следует отдавать более простому варианту.

Принимая во внимание важность описанных выше процедур, запишем кратко последовательность основных этапов метода сечения:

- P** – *рассечь тело на две части плоскостью;*
- O** – *отбросить одну из частей тела;*
- Z** – *заменить действие отброшенной части внутренними усилиями;*
- У** – *уравнения равновесия составить.*

Единица измерения усилий – **ニュтона** (обозначение: Н). Это производная единица. Исходя из второго закона Ньютона ($F = m \cdot a$) она определяется как сила, изменяющая за 1 с скорость тела массой 1 кг на 1 м/с в направлении действия силы. Таким образом, $1 \text{ H} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$. Измерять силу в ньютонах стали спустя два века после смерти великого ученого, когда была принята система СИ. $1 \text{ H} = 0,10197162 \text{ кгс}; 1 \text{ кгс} = 9,80665 \text{ Н}$.

Каждая компонента внутренних усилий характеризует сопротивление тела какому-либо одному виду деформации – простому сопротивлению. Например, при $N \neq 0$, будет растяжение или сжатие. При $Q \neq 0$ имеет место сдвиг, при $T \neq 0$ – кручение, а при $M \neq 0$ – изгиб. При наличии двух и более компонентов будет сложное сопротивление тела.

1.5. ПОНЯТИЕ О НАПРЯЖЕНИЯХ

Напряжение в точке по сечению – внутренняя сила взаимодействия, приходящаяся на единицу площади у этой точки.

Напряжение – величина, характеризующая интенсивность внутренних усилий в точке.

Рассмотренные ранее усилия N , Q_y , Q_z , M_y , M_z , T являются интегральным эквивалентом внутренних сил, распределенных по площади сечения. Эти силы характеризуются их интенсивностью (рис. 1.11)

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}; \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}; \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A}.$$

Напряжение нормальное σ – перпендикулярное к сечению, характеризует интенсивность сил отрыва или сжатия частиц элементов конструкции.

Напряжение касательное τ – действующее в плоскости сечения, характеризует интенсивность сил, сдвигающих эти части в плоскости сечения.

$$\text{Напряжение полное } p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Суммируя элементарные усилия $\sigma \cdot dA$, $\tau_y \cdot dA$, $\tau_z \cdot dA$ (рис. 1.12), распределенные по сечению и их моменты относительно координатных осей, получим (рис. 1.14)

$$N = \int_A \sigma \cdot dA; \quad T = \int_A (\tau_y z - \tau_z y) dA;$$

$$Q_y = \int_A \tau_y \cdot dA; \quad M_y = \int_A \sigma \cdot z \cdot dA;$$

$$Q_z = \int_A \tau_z \cdot dA; \quad M_z = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA.$$

Единица измерения давления и механического напряжения **пascalь** (обозначение Па). Паскаль – давление, вызываемое силой 1 Н, равномерно распределенной по поверхности площадью 1 м².

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2; 1 \text{ МПа} = 0,102 \text{ кгс/мм}^2; 1 \text{ МПа} = 10,2 \text{ кгс/см}^2; \\ 1 \text{ МПа} = 1 \text{ Н/мм}^2; 1 \text{ кгс/мм}^2 = 9,81 \text{ МПа}.$$

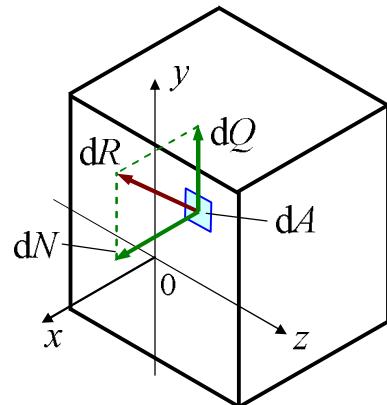


Рис. 1.11. Разложение элементарного внутреннего усилия на составляющие

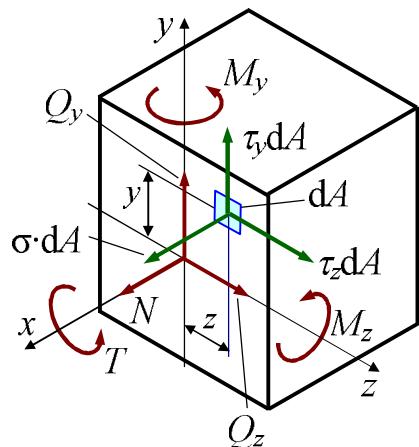


Рис. 1.12. Связь напряжений с внутренними усилиями

1.6. ВИДЫ ДЕФОРМАЦИЙ И ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Реальные тела не являются абсолютно твердыми и под действием приложенных сил могут изменять свое положение в пространстве.

Перемещение – изменение положения в пространстве точки или поперечного сечения.

Деформация – изменение формы и размеров тела под действием приложенных сил.

Деформация упругая $\Delta\ell_e$ – исчезающая после снятия нагрузки (от англ. *elastic*).

Деформация пластическая $\Delta\ell_p$ – остающаяся после снятия нагрузки (от англ. *plastic*).

Деформация абсолютная (полная) – $\Delta\ell = \Delta\ell_e + \Delta\ell_p$.

Деформация относительная $\varepsilon = \Delta\ell/\ell$.

ΔS – **абсолютный сдвиг**.

γ – **относительный сдвиг, угловая деформация**,

$$\text{угол сдвига } \gamma \approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta S}{a}.$$

Растяжение (сжатие) – вид сопротивления (деформирования), при котором из шести внутренних усилий не равно нулю одно – продольное усилие N . **Стержень** – брус, работающий на растяжение или сжатие.

Сдвиг – вид сопротивления (деформирования), характеризующийся взаимным смещением параллельных слоев материала под действием приложенных сил при неизменном расстоянии между слоями. Внутреннее усилие одно – поперечная сила Q .

Кручение – вид сопротивления (деформирования), при котором из шести внутренних усилий не равно нулю одно – крутящий момент T . Кручение возникает при действии на брус внешних сил, образующих момент относительно его продольной оси. **Вал** – брус, работающий на кручение. **Вал** – вращающаяся (обычно в подшипниках) деталь машины, передающая крутящий момент.

Изгиб – вид сопротивления (деформирования), при котором происходит искривление оси прямого бруса, или изменение кривизны кривого бруса.

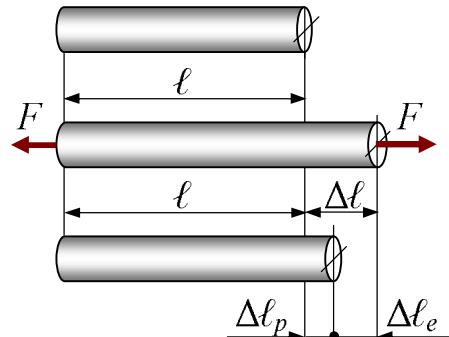


Рис. 1.13. Составляющие деформации растяжения

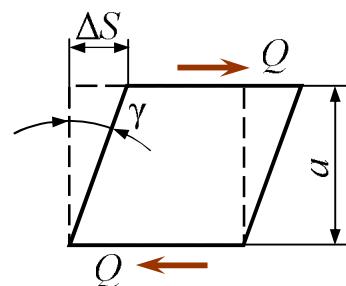


Рис. 1.14. Деформация сдвига

2. РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

2.1. ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ, НАПРЯЖЕНИЯ, ДЕФОРМАЦИИ

Растяжение (сжатие) – вид деформации, при котором из шести внутренних усилий не равно нулю одно – продольное усилие N . Растяжение возникает, если противоположно направленные силы приложены вдоль оси стержня. **Растягивающие** продольные силы принято считать **положительными**, а **сжимающие – отрицательными**.

Стержень – брус, работающий на растяжение или сжатие. Для определения опасного участка строят эпюры внутренних усилий и напряжений.

Эпюра – график, изображающий закон изменения внутренних усилий или напряжений по длине бруса, а также напряжений по поперечному сечению бруса.

Деформация – изменение формы и размеров тела под действием приложенных сил.

Деформация упругая $\Delta\ell_e$ – исчезающая после снятия нагрузки (от англ. *elastic*).

Деформация пластическая $\Delta\ell_p$ – остающаяся после снятия нагрузки (от англ. *Plastic*).

Деформация абсолютная (полная) $\Delta\ell = \Delta\ell_e + \Delta\ell_p$ (рис. 2.1).

Деформация относительная $\varepsilon = \Delta\ell / \ell$.

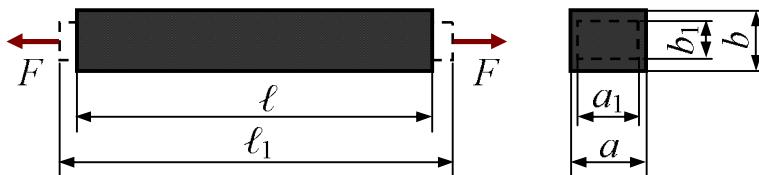


Рис. 2.1. Изменение размеров стержня при его растяжении

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{\ell_1 - \ell}{\ell};$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a} = \frac{a_1 - a}{a} < 0;$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta b}{b} = \frac{b_1 - b}{b} < 0.$$

При растяжении стержня происходит увеличение его длины и уменьшение поперечных размеров (рис. 2.1).

Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона) – абсолютная величина отношения поперечной относительной деформации к продольной (упругая постоянная материала)

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \right| = \left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} \right|. \quad (2.1)$$

$\mu \approx 0$ – кора пробкового дерева, min;

$\mu \approx 0,28$ – стали;

$\mu \approx 0,5$ – каучук, парафин, max.

2.2. СВЯЗЬ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ

На основании гипотезы Бернулли (плоских сечений) и принципа Сен-Венана (о равномерном распределении напряжений по сечению) внутренние усилия:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA; \quad N = \sigma \int_A dA; \quad N = \sigma \cdot A,$$

откуда

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (2.2)$$

Закон Гука – нормальное напряжение σ прямо пропорционально относительной линейной деформации ε

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (2.3)$$

Подставив $\sigma = N/A$ и $\varepsilon = \Delta\ell/\ell$, получим иную форму записи закона Гука:

$$\Delta\ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A}. \quad (2.4)$$

Здесь E – модуль нормальной упругости, модуль упругости первого рода, модуль Юнга – константа материала.

Произведение $E \cdot A$ – жесткость сечения при растяжении.

$E = 200$ ГПа – стали;

$E = 110$ ГПа – титановые сплавы;

$E = 100$ ГПа – медные сплавы;

$E = 70$ ГПа – алюминиевые сплавы.

Модуль упругости характеризует сопротивление материала деформированию растяжением (сжатием) в упругой области.

Геометрический смысл модуля упругости – тангенс угла наклона начального участка диаграммы растяжения

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \sim \operatorname{tg} \alpha.$$

Физический смысл модуля упругости – напряжение, требующееся для удлинения стержня вдвое: $E = \sigma$ при $\varepsilon = 1$, то есть при $\Delta\ell = \ell$.

Реально достижимые напряжения в упругой области деформирования примерно в тысячу раз меньше.

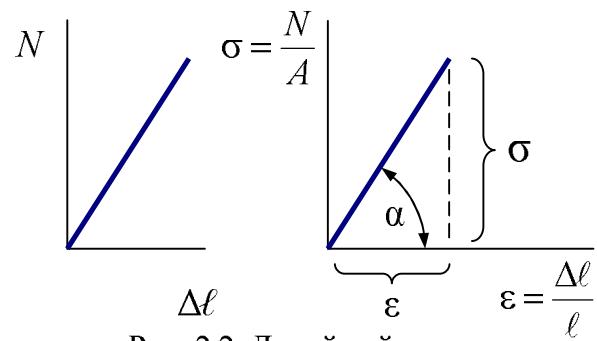


Рис. 2.2. Линейный участок
диаграммы растяжения

2.3. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Основные прочностные и деформационные характеристики материалов, используемых в элементах конструкций, определяют экспериментально. Проводят испытания лабораторных образцов на растяжение, сжатие, срез, кручение, изгиб при статическом и циклическом нагружении, на воз-

духе и в агрессивных средах, при комнатной, высоких и низких температурах. Наиболее распространенным является испытание на растяжение статической нагрузкой, позволяющей определить большинство механических характеристик материала.

Машинная диаграмма – диаграмма растяжения стандартного образца в координатах $F - \Delta\ell$, автоматически записываемая диагностическим аппаратом испытательной машины.

Стандартами предусмотрены образцы плоские и цилиндрические различной длины, размеров поперечного сечения и конструктивного исполнения. Судить лишь о **механических свойствах материала**, исключая особенности формы и размеров образца, позволяет диаграмма растяжения, представляемая в координатах $\sigma - \varepsilon$.

$$\sigma = \frac{F}{A_0}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}. \quad (2.5)$$

Здесь σ – условное напряжение; ε – относительное удлинение, A_0 – начальная площадь поперечного сечения образца; ℓ_0 – начальная длина образца.

Диаграмма растяжения малоуглеродистой стали (рис. 2.3, а) имеет несколько характерных участков: 1 – участок упругих деформаций; 2 – площадка текучести; 3 – участок упрочнения; 4 – участок образования шейки и разрушения. Диаграммы растяжения большинства конструкционных металлов: легированных и углеродистых сталей в закаленном и нормализованном состоянии, цветных сплавов, полимеров и других материалов площадки текучести не имеют (рис. 2.3, б).

По результатам испытаний определяют характеристики прочности и пластичности. Приведем некоторые из характеристик прочности.

Предел текучести физический σ_t – напряжение, при котором образец деформируется при практически постоянной нагрузке (рис. 2.3, а).

Предел текучести условный $\sigma_{0,2}$ – напряжение, при котором остаточное удлинение достигает 0,2 % расчетной длины образца (рис. 2.3, б).

Временное сопротивление (предел прочности) σ_v – напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, предшествующей разрыву образца

$$\sigma_t = \frac{F_t}{A_0}; \quad \sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{A_0}; \quad \sigma_v = \frac{F_v}{A_0}. \quad (2.6)$$

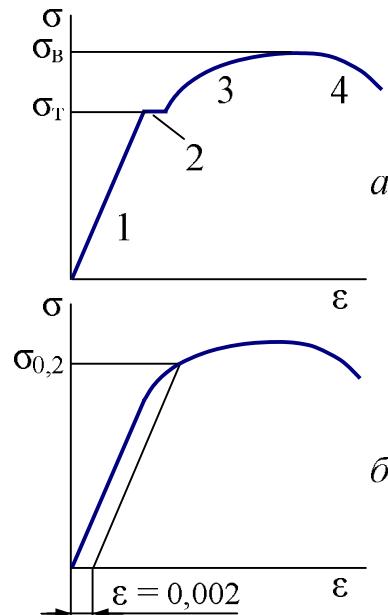


Рис. 2.3. Виды диаграмм растяжения

Пластичность – способность материала получать большие пластические деформации без разрушения. Мерой пластичности являются относительное остаточное удлинение и относительное сужение.

Относительное удлинение после разрыва δ – отношение приращения расчетной длины образца ($\ell_k - \ell_0$) после разрушения к начальной расчетной длине ℓ_0 , выраженное в процентах

$$\delta_k = \frac{\ell_k - \ell_0}{\ell_0} \cdot 100. \quad (2.7)$$

Относительное сужение после разрыва ψ – отношение разности A_0 и минимальной A_k площади поперечного сечения после разрушения к начальной площади поперечного сечения образца A_0 , выраженное в процентах

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} \cdot 100. \quad (2.8)$$

Чем пластичнее материал, тем больше относительное удлинение и относительное сужение после разрыва. Материалы условно подразделяют на пластичные ($\delta_k > 5\%$) и хрупкие ($\delta_k < 5\%$).

2.4. РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

Основной задачей расчета конструкции на растяжение является обеспечение ее прочности в условиях эксплуатации.

Условие прочности – оценка прочности элемента конструкции, сводящаяся к сравнению расчетных напряжений с допускаемыми:

$$\sigma_p \leq [\sigma_p]; \quad \sigma_c \leq [\sigma_c], \quad (2.9)$$

где σ_p и σ_c – наибольшие расчетные растягивающие и сжимающие напряжения;

$[\sigma_p]$ и $[\sigma_c]$ – допускаемые напряжения при растяжении и сжатии.

Допускаемое напряжение – наибольшее напряжение, которое можно допустить в элементе конструкции при условии его безопасной, долговечной и надежной работы:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[n]}. \quad (2.10)$$

Здесь $\sigma_{\text{пред}}$ – предельное напряжение (состояние), при котором конструкция перестает удовлетворять эксплуатационным требованиям; им могут быть предел текучести, предел прочности, предел выносливости, предел ползучести и др.

Для конструкций из пластичных материалов при определении допускаемых напряжений используют **предел текучести** σ_t (рис. 2.4, а). Это связано с тем, что в случае его превышения деформации резко возрастают при незначительном увеличении нагрузки и конструкция перестает удов-

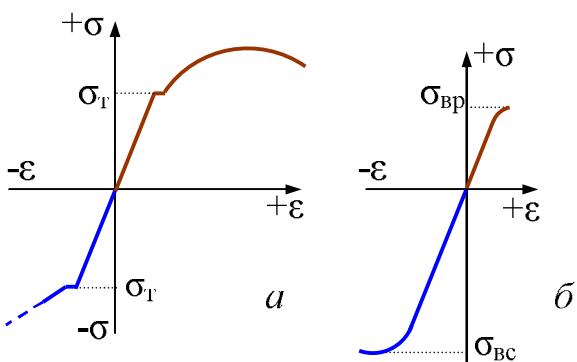


Рис. 2.4. Диаграммы растяжения и сжатия пластичного (а) и хрупкого (б) материалов

Здесь $[n]$ – нормативный коэффициент запаса прочности. В зависимости от той предельной характеристики, с которой сравнивают расчетное напряжение σ , различают $[n_t]$ – нормативный коэффициент запаса прочности по отношению к пределу текучести σ_t и $[n_b]$ – нормативный коэффициент запаса прочности по отношению к пределу прочности σ_b .

Запас прочности – отношение предельно допустимой теоретической нагрузки к той нагрузке, при которой возможна безопасная работа конструкции с учетом случайных перегрузок, непредвиденных дефектов и недостоверности исходных данных для теоретических расчетов.

Нормативные коэффициенты запаса прочности зависят:

- от класса конструкции (капитальная, временная),
- намечаемого срока эксплуатации,
- условий эксплуатации (радиация, коррозия, загнивание),
- вида нагружения (статическое, циклическое, ударные нагрузки)
- неточности задания величины внешних нагрузок,
- неточности расчетных схем и приближенности методов расчета
- и других факторов.

Нормативный коэффициент запаса прочности не может быть единым на все случаи жизни. В каждой отрасли машиностроения сложились свои подходы, методы проектирования и приемы технологии. В изделиях общего машиностроения принимают $[n_t] = 1,3 - 2,2$; $[n_b] = 3 - 5$.

Вероятность выхода из строя приближенно можно оценить с помощью коэффициента запаса в условии прочности:

- $n = 1$ соответствует вероятности невыхода из строя 50 %;
- $n = 1,2$ соответствует вероятности невыхода из строя 90 %;
- $n = 1,5$ соответствует вероятности невыхода из строя 99 %;
- $n = 2$ соответствует вероятности невыхода из строя 99,9 %.

Летворять условиям эксплуатации. Допускаемое напряжение в этом случае определяют как

$$[\sigma] = \frac{\sigma_t}{[n_t]} \quad (2.11)$$

Для хрупких материалов (чугун, бетон, керамика)

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{bp}}{[n_b]}, \quad [\sigma_c] = \frac{\sigma_{bc}}{[n_b]}, \quad (2.12)$$

где σ_{bp} и σ_{bc} – пределы прочности при растяжении и сжатии (рис. 2.4, б).

Для неответственных деталей $n = 2$ много. Для ответственных – мало. Так для каната подъемного лифта это означает на 1000 подъемов одно падение.

При расчете конструкций на прочность встречаются три вида задач, которые вытекают из условия прочности

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]: \quad (2.13)$$

a) поверочный расчет (проверка прочности). Известны усилие N и площадь A . Вычисляют $\sigma = N/A$ и, сравнивая его с предельным σ_t или σ_b (для пластичного и хрупкого материалов соответственно), находят фактический коэффициент запаса прочности

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma}, \quad n_B = \frac{\sigma_B}{\sigma},$$

который затем сопоставляют с нормативным $[n]$;

б) проектный расчет (подбор сечения). Известны внутреннее усилие N и допускаемое напряжение $[\sigma]$. Определяют требуемую площадь поперечного сечения стержня

$$A \geq [A] = \frac{N}{[\sigma]}, \quad (2.14)$$

в) определение грузоподъемности (несущей способности). Известны площадь A и допускаемое напряжение $[\sigma]$. Вычисляют внутреннее усилие

$$N \leq [N] = A \cdot [\sigma], \quad (2.15)$$

а затем в соответствие со схемой нагружения – величину внешней нагрузки $F \leq [F]$.

2.5. РАСЧЕТЫ НА ЖЕСТКОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

Иногда наряду с условиями прочности добавляют ограничения на перемещение некоторых элементов конструкции, то есть вводят условие жесткости $\delta_{max} \leq [\delta]$, где $[\delta]$ – величина допускаемого перемещения (изменение положения в пространстве) некоторого контролируемого сечения. Деформацию растягиваемого или сжимаемого элемента вычисляют по формуле (2.4) закона Гука.

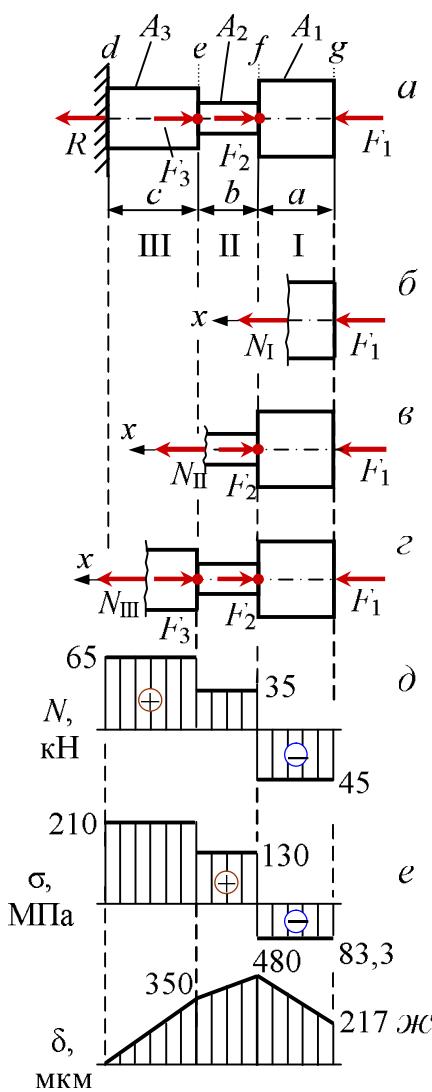


Рис. 2.5. Схемы к определению внутренних усилий, напряжений и перемещению сечений

всегда принимаем **положительным, растягивающим**; его вектор направлен от сечения (рис. 2.5, б). Уравнение равновесия составляем, проецируя все силы на продольную ось x бруса

$$\sum X = 0; N_I + F_1 = 0; \Rightarrow N_I = -F_1 = -45 \text{ кН}.$$

Знак минус указывает на то, что усилие является сжимающим.

Аналогично находим внутренние усилия на втором и третьем участках (рис. 2.5, в и г):

$$\sum X = 0; N_{II} + F_1 - F_2 = 0; \Rightarrow N_{II} = -F_1 + F_2 = -45 + 80 = 35 \text{ кН}.$$

$$\sum X = 0; N_{III} + F_1 - F_2 - F_3 = 0; \Rightarrow N_{III} = -F_1 + F_2 + F_3 = -45 + 80 + 30 = 65 \text{ кН}.$$

Строим **эпюру внутренних усилий** – график, изображающий закон изменения внутренних усилий по длине бруса. Параллельно оси бруса проводим базисную линию (абсциссу графика) и по нормали к ней откладываем най-

Пример 2.1. Выполнить поверочный и проектный расчеты ступенчатого бруса. По результатам проектного расчета построить эпюру перемещения сечений. Исходные данные представлены в таблице:

$F_1 = 45 \text{ кН};$	$A_1 = 5,4 \text{ см}^2;$	$a = 0,3 \text{ м};$
$F_2 = 80 \text{ кН};$	$A_2 = 2,7 \text{ см}^2;$	$b = 0,2 \text{ м};$
$F_3 = 30 \text{ кН};$	$A_3 = 3,1 \text{ см}^2;$	$c = 0,4 \text{ м};$
Мат-л: сталь	$\sigma_t = 250 \text{ МПа}$	$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

Решение

Разбиваем брус на участки. Границей участка считают: а) точку приложения силового фактора; б) изменение размеров или формы поперечного сечения; в) изменение материала бруса. Брус одним концом защемлен, и в опоре возникает реакция R (рис. 2.5, а). Для нахождения внутренних усилий при подходе слева направо, придется определять опорную реакцию R . Указанную процедуру можно избежать при подходе справа налево, то есть со свободного конца.

1. Проверочный расчет

A. Определение внутренних усилий.

Применяем методом сечений. Рассекаем брус на две части в произвольном сечении участка I. Отбрасываем одну из частей (левую). Заменяем действие отброшенной части внутренним усилием N_I . Внутреннее усилие

денные выше значения внутренних усилий (ординаты графика) в выбранном масштабе с учетом знака. Положительные значения откладываем выше базисной линии, отрицательные – ниже (рис. 2.5, д). Поскольку в пределах каждого из участков внутренние усилия неизменны, высоты ординат графика – постоянны и огибающие линии (жирные) – горизонтальны.

Б. Определение напряжений на каждом из участков:

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_I} = \frac{-45 \cdot 10^3}{5,4 \cdot 10^{-4}} = -8,33 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = -83,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{35 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^{-4}} = 1,30 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 130 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_3} = \frac{65 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^{-4}} = 2,10 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 210 \text{ МПа.}$$

Строим эпюру напряжений.

В. Коэффициенты запаса прочности по отношению к пределу текучести:

$$\text{I участок: } n_t = \frac{\sigma_t}{\sigma_I} = \frac{250}{|-83,3|} = 3,0; \quad \text{прочность избыточна;}$$

$$\text{II участок: } n_t = \frac{\sigma_t}{\sigma_{II}} = \frac{250}{130} = 1,92; \quad \text{прочность обеспечена;}$$

$$\text{III участок: } n_t = \frac{\sigma_t}{\sigma_{III}} = \frac{250}{210} = 1,19; \quad \text{прочность недостаточна.}$$

Вывод: недогружен участок I, перегружен участок III. Для этих участков выполняем проектный расчет.

2. Проектный расчет

Из условия прочности при растяжении $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$ выполняем подбор размеров поперечных сечений I и III участков, предварительно назначив допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_t}{[n_t]} = \frac{350}{2} = 175 \text{ МПа.}$$

Нормативный коэффициент запаса прочности выбрали из рекомендуемого диапазона значений $[n_t] = 1,3-2,2$.

$$A_I \geq \frac{N_I}{[\sigma]} = \frac{|-45 \cdot 10^3|}{175 \cdot 10^6} = 2,57 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

$$A_{III} \geq \frac{N_{III}}{[\sigma]} = \frac{65 \cdot 10^3}{175 \cdot 10^6} = 3,71 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

3. Определение перемещений сечений

A. Удлинения каждого из участков

$$\Delta\ell_I = \frac{N_I \cdot a}{E \cdot A_I} = \frac{-45 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,57 \cdot 10^{-4}} = -263 \text{ мкм.}$$

$$\Delta\ell_{II} = \frac{N_{II} \cdot b}{E \cdot A_{II}} = \frac{35 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,7 \cdot 10^{-4}} = 130 \text{ мкм.}$$

$$\Delta\ell_{III} = \frac{N_{III} \cdot c}{E \cdot A_{III}} = \frac{65 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,71 \cdot 10^{-4}} = 350 \text{ мкм.}$$

Б. Перемещения сечений. За начало отсчета принимаем сечение d . Оно защемлено, его перемещение равно нулю $\delta_d = 0$.

$$\delta_e = \Delta\ell_{III} = 350 \text{ мкм};$$

$$\delta_f = \Delta\ell_{III} + \Delta\ell_{II} = 350 + 130 = 480 \text{ мкм};$$

$$\delta_g = \Delta\ell_{III} + \Delta\ell_{II} + \Delta\ell_I = 350 + 130 - 263 = 217 \text{ мкм.}$$

Строим эпюру перемещений.

Выводы

1. Выполнен поверочный расчет ступенчатого бруса. Прочность одного из элементов обеспечена; другого – избыточна; третьего – недостаточна.
2. Из условия прочности при растяжении подобраны площади поперечных сечений двух элементов конструкции.
3. По результатам проектного расчета вычислены деформации каждого элемента конструкции. Крайнее сечение переместится относительно защемления на 217 мкм в сторону от защемления.

Пример 2.2. К стальному брусу постоянного сечения вдоль его оси приложены две силы. По условиям эксплуатации введено ограничение на величину перемещения $[\delta]$ концевого сечения С. Из условий прочности и жесткости подобрать размер поперечного сечения.

$$\begin{aligned} F_1 &= 40 \text{ кН;} \\ F_2 &= 60 \text{ кН;} \\ a &= 0,5 \text{ м;} \\ [\sigma] &= 180 \text{ МПа;} \\ [\delta] &= 1 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Решение

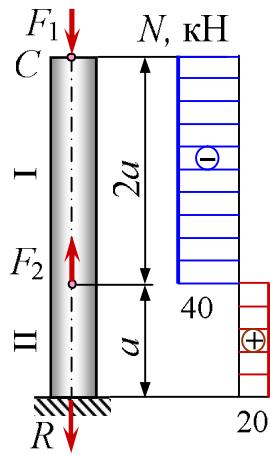
1. Определение внутренних усилий

Покажем возникающую в опоре реакцию R ; определение внутренних усилий методом сечений начнем вести со свободного конца. Ось x – продольная ось бруса (на рисунке не показана).

I участок: $\sum X = 0; -N_I + F_1 = 0; \Rightarrow N_I = F_1 = 40 \text{ кН.}$

II участок: $\sum X = 0; -N_{II} + F_1 - F_2 = 0; \Rightarrow N_{II} = F_1 - F_2 = 40 - 60 = -20 \text{ кН.}$

Строим эпюру внутренних усилий. Опасным является участок I, на котором действует $N_{\max} = -40$ кН (пластичные материалы одинаково сопротивляются деформации растяжения и сжатия).



2. Проектный расчет из условия прочности

Из условия прочности при растяжении

$$\sigma = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma]$$

находим требуемую площадь поперечного сечения стержня

$$A \geq \frac{N_I}{[\sigma]} = \frac{|-40 \cdot 10^3|}{180 \cdot 10^6} = 2,22 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

3. Проектный расчет из условия жесткости

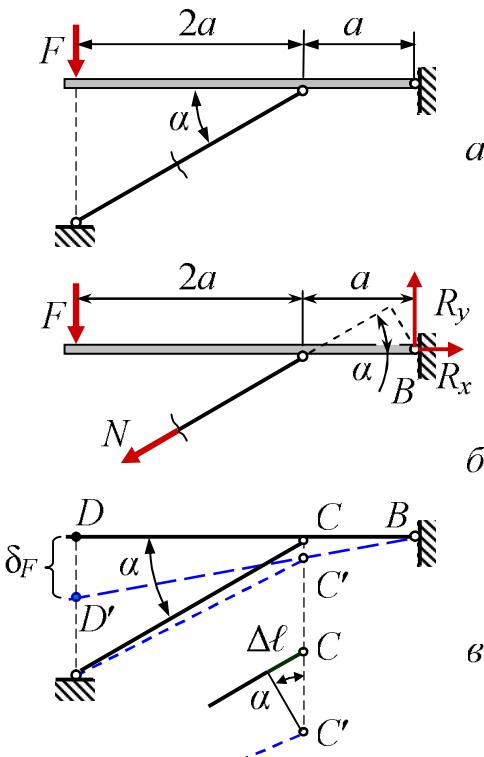
Перемещение сечения C является суммой двух слагаемых:

$$\delta_C = \Delta\ell_I + \Delta\ell_{II} = \frac{N_I \cdot 2a}{E \cdot A} + \frac{N_{II} \cdot a}{E \cdot A} = \frac{a}{E \cdot A} (N_I \cdot 2 + N_{II}) \leq [\delta],$$

откуда требуемая площадь поперечного сечения стержня

$$A \geq \frac{a}{E \cdot [\delta]} (N_I \cdot 2 + N_{II}) = \frac{0,5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} (-40 \cdot 10^3 \cdot 2 + 20 \cdot 10^3) = | -1,5 \cdot 10^{-4} | \text{ м}^2.$$

Сравнивая результаты проектных расчетов из условия прочности и жесткости, назначаем **большее** из двух значений площади поперечного сечения: 2,22 и 1,5 см², удовлетворяющее **обоим** условиям: $A \geq 2,22 \text{ см}^2$.



Пример 2.3. Жесткая балка (ее деформацией пренебречь) подперта стальным стержнем (подкосом). Проверить прочность стержня. Определить допускаемую нагрузку F для данного размера поперечного сечения стержня. Выполнить проектный расчет из условия прочности и жесткости ($[\delta_F]$ – допускаемая величина перемещения балки в точке приложения силы).

$F = 80 \text{ кН};$
$A = 15 \text{ см}^2;$
$a = 1 \text{ м};$
$\alpha = 30^\circ;$
$\sigma_t = 340 \text{ МПа};$
$[\delta_F] = 10 \text{ мм}.$

Решение

1. Проверочный расчет

A. Определение внутреннего усилия в стержне

Рассекаем стержень на две части (рис. а). Отбрасываем одну из частей и показываем внешнюю нагрузку F , внутреннее усилие N и две составляющих опорной реакции R (рис. б). Составляем такое уравнение равновесия, в которое не вошли бы опорные реакции:

$$\sum M_B = 0; \quad F \cdot 3a + N \cdot a \cdot \sin \alpha = 0;$$
$$N = -\frac{F \cdot 3a}{a \cdot \sin \alpha} = -\frac{80 \cdot 3 \cdot 1}{1 \cdot 0,5} = -480 \text{ кН.}$$

Усилие в стержне сжимающее.

B. Определение напряжения

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{-480 \cdot 10^3}{15 \cdot 10^{-4}} = -320 \text{ МПа.}$$

V. Коэффициент запаса прочности

Фактический коэффициент запаса $n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma} = \frac{340}{|-320|} = 1,06$ не входит в рекомендуемый (нормативный) диапазон значений $[n_T] = 1,3 - 2,3$. Вывод: прочность недостаточна.

2. Определение допускаемой нагрузки на конструкцию для заданного размера поперечного сечения стержня

Из условия прочности при растяжении $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$ находим допускаемую нагрузку на стержень $[N] \leq A \cdot [\sigma] = 15 \cdot 10^{-4} \cdot 170 \cdot 10^6 = 255 \text{ кН.}$ Здесь допускаемое напряжение $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n_T]} = \frac{340}{2} = 170 \text{ МПа.}$ Нормативный коэффициент запаса по текучести назначили из рекомендуемого диапазона $[n_T] = 1,3 - 2,3$.

Из условия равновесия (см. этап 1) находим связь между допускаемой внешней нагрузкой $[F]$ на конструкцию и внутренним усилием $[N]$ в стержне:

$$[F] = \frac{-[N] \cdot a \cdot \sin \alpha}{3a} = \frac{|-255| \cdot 0,5}{3} = 42,5 \text{ кН.}$$

3. Проектный расчет из условия прочности

Требуемое значение площади поперечного сечения из условия прочности при растяжении:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]} = \frac{|-480 \cdot 10^3|}{170 \cdot 10^6} = 2,82 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 28,2 \text{ см}^2.$$

4. Проектный расчет из условия жесткости

Под действием внешней нагрузки стержень деформируется; сечения балки изменяют свое положение в пространстве. Установим связь между внутренним усилием, деформацией стержня и перемещением заданного сечения конструкции. Покажем схему в исходном и деформированном (пунктирные линии) состояниях (рис. в). Контролируемое перемещение сечения балки в точке D приложения силы δ_F связано с перемещением узла C точки прикрепления стержня к балке соотношением:

$$\frac{DD'}{CC'} = \frac{3a}{a} = 3, \quad \text{что следует из подобия треугольников } BDD' \text{ и } BCC'.$$

Вследствие перемещения узла C стержень укорачивается на $\Delta\ell = CC' \cdot \sin \alpha$.

Деформацию стержня определяем по закону Гука: $\Delta\ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A} = \frac{N \cdot 2a}{E \cdot A \cdot \cos \alpha}$.

Здесь ℓ – длина стержня, определяется из схемы нагружения (рис. а). Тогда из условия жесткости конструкции:

$$\delta_F = DD' = 3CC' = 3 \frac{N \cdot 2a}{E \cdot A \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \leq [\delta_F] \text{ находим требуемое значение}$$

площади поперечного сечения стержня

$$A \geq \frac{3 \cdot N \cdot 2a}{[\delta_F] \cdot E \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{6 \cdot |-480000| \cdot 1}{0,01 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,5 \cdot 0,866} = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 33,3 \text{ см}^2.$$

Сравнивая результаты проектных расчетов из условия прочности и жесткости, назначаем **большее** из двух значений: 28,2 и 33,3 см², удовлетворяющее **обоим** условиям, то есть $A \geq 33,3 \text{ см}^2$.

Выводы

1. Выполнен поверочный расчет стержня. Прочность элемента конструкции недостаточна.
2. Для заданного размера поперечного сечения нагрузка F , приложенная к конструкции, не должна превышать 42,5 кН.
3. Из условий прочности и жесткости при растяжении найдено значение площади поперечного сечения элемента конструкции, удовлетворяющее обоим условиям: 33,3 см².