4. СДВИГ, СМЯТИЕ

***Сдвиг** – простой вид деформации, характеризующийся взаимным смещением параллельных слоев материала под действием приложенных сил при неизменном расстоянии между слоями.*

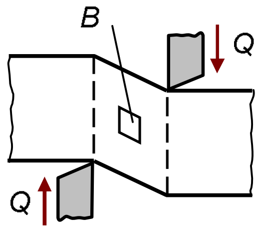


Рис. 4.1

При сдвиге в поперечном сечении из шести внутренних усилий действует только одно – поперечная сила Q (рис. 4.1).

Порядок вывода расчетных формул в сопротивлении материалов

При выводе любых аналитических зависимостей в сопротивлении материалов рассматривается существование малого элемента тела с целью последовательного определения его перемещений, деформаций и напряжений в нем. Проинтегрировав установленные зависимости по всему объему тела, находят связь перемещений, деформаций и напряжений с внешними силами.

Всякий расчет состоит из четырех этапов:

статический анализ – устанавливает связь напряжений с внешними нагрузками путем интегрирования уравнений равновесия элемента по всему объему тела;

геометрический анализ – устанавливает связь между перемещениями и деформациями малого элемента тела;

физический анализ – устанавливает связь между деформациями элемента и напряжениями в нем. При упругой деформации используется закон Гука;

синтез установленных зависимостей. Подставляя найденные на трех предыдущих этапах выражения одно в другое и упрощая их, получают окончательные расчетные формулы.

Для установления связи внутренних усилий с напряжениями и деформациями при сдвиге рассмотрим несколько этапов.

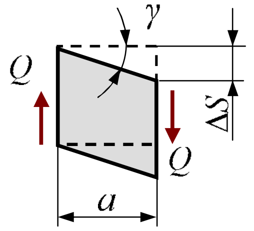
I. *Статическая сторона задачи – условие равновесия* (рис. 4.2)

$$\sum Y = 0; \quad Q = \int_A \tau \cdot \mathrm{d}A.$$

В действительности, касательные напряжения распределяются по сечению неравномерно. Однако, если принять допущение о равномерном распределении напряжений, что широко используется на практике, то

$$Q = \tau \cdot A, \quad \text{откуда} \quad \tau = \frac{Q}{A}. \tag{4.1}$$

II. *Геометрическая (деформационная) сторона задачи*



В элементе B, выделенном на рис. 4.1, ΔS – абсолютный сдвиг; γ – относительный сдвиг

$$\gamma \approx \operatorname{tg}\gamma = \frac{\Delta S}{a}. \qquad (4.2)$$

III. *Физическая сторона задачи*

В области упругих деформаций справедлив закон Гука

$$\tau = G \cdot \gamma. \qquad (4.3)$$

IV. *Математическая сторона задачи*

Подставляя (4.1) и (4.2) в (4.3), получим закон Гука для сдвига

$$\frac{Q}{A} = G\frac{\Delta S}{a}, \text{ откуда } \Delta S = \frac{Q \cdot a}{G \cdot A}. \qquad (4.4)$$

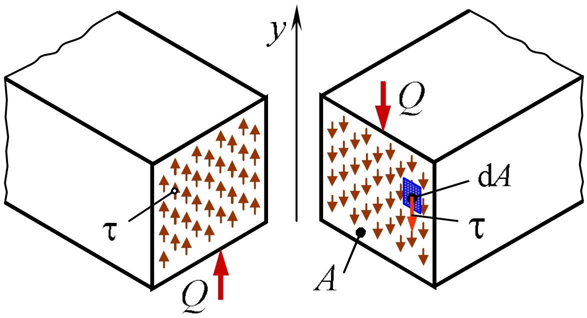


Рис. 4.2. Внутренние усилия и напряжения, возникающие в сдвигаемых слоях

Произведение $G{\cdot}A$ – *жесткость сечения при сдвиге;*

G – *модуль сдвига, модуль касательной упругости, модуль упругости второго рода.* Для стали в расчетах принимают $G = 80$ ГПа $= 80 \cdot 10^4$ МПа.

Установлена связь между упругими постоянными

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}, \qquad (4.5)$$

где μ – коэффициент поперечной деформации (Пуассона)

Напряженное состояние

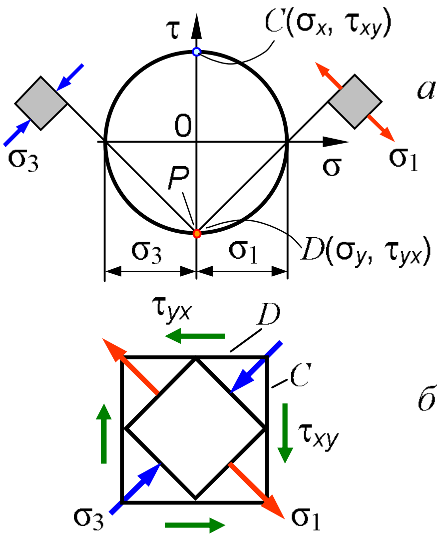


Рис. 4.3. Построение круга Мора для определения главных площадок и величины главных напряжений

По граням выделенного на рис. 4.1 элемента B действуют только касательные напряжения τ; нормальные напряжения $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = 0$. Графическим построением (рис. 4.3, *а*) и аналитическим решением по формулам

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2\tau_{xy}}{0} = -\infty; \quad 2\alpha = -90^\circ;$$

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2};$$

$$\sigma_{\max} = \tau_{xy} = \sigma_1; \quad \sigma_2 = 0; \quad \sigma_{\min} = -\tau_{xy} = \sigma_3$$

получаем: главные площадки ориентированы под углом 45° к направлению сдвигающих напряжений (рис. 4.3, *б*), величины главных нормальных напряжений равны касательным напряжениям.

Имеет место ***чистый сдвиг*** – *частный случай плоского напряженного состояния, при котором по граням элемента действуют только касательные напряжения.*

Допускаемые напряжения. Расчет на прочность

Эквивалентные напряжения по I гипотезе прочности:

$$\sigma_{\text{экв,I}} = \sigma_1 \le [\sigma], \text{ но } \sigma_1 = \tau, \text{ следовательно } [\tau] = [\sigma].$$

Соотношение справедливо для хрупких материалов.

Эквивалентные напряжения по III гипотезе прочности:

$$\sigma_{\text{экв,III}} = \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma], \text{ но } \sigma_1 = \tau, \quad \sigma_3 = -\tau. \text{ Тогда } 2[\tau] \le [\sigma], \text{ откуда}$$

$$[\tau] = 0{,}5[\sigma].$$

Эквивалентные напряжения по IV гипотезе прочности:

$$\sigma_{\text{экв,IV}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]} \le [\sigma].$$

Подставив $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$ и $\sigma_3 = -\tau$, получим

$$\sigma_{\text{экв,IV}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\sigma_1^2 + \sigma_3^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\tau^2 + \tau^2 + 4\tau^2\right]} = \tau\sqrt{3} \le [\sigma],$$

откуда

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} = 0{,}577[\sigma].$$

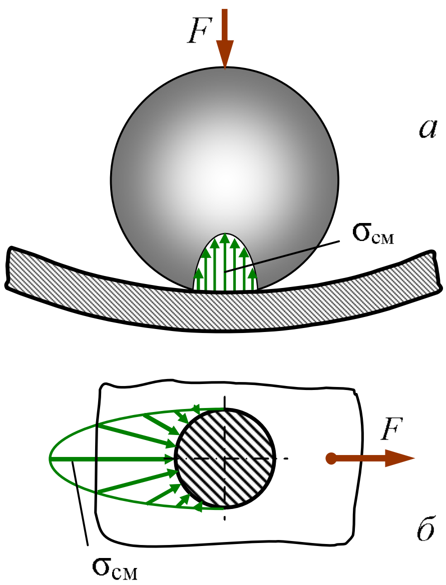


Рис. 4.4. Характер распределения напряжений в зоне контакта шарика с кольцом (*а*) и листа с заклепкой (*б*)

Таким образом, при расчете деталей из пластичных материалов, работающих на срез (болты, заклепки, шпонки…) **условие прочности** может быть записано так:

$$\tau = \frac{Q}{A} \le [\tau], \text{ где } [\tau] = (0{,}5 - 0{,}6)[\sigma]. \quad 4.6)$$

Смятие – *вид местной пластической деформации, возникающей при сжатии твердых тел, в местах их контакта.*

Смятие материала начинается в случае, когда интенсивность напряжений достигает величины предела текучести материала. Размеры смятого слоя зависят от величины, характера и времени воздействия нагрузки, а также от температуры нагрева сжимаемых тел. Смятие наблюдается не только у пластичных, но и у хрупких материалов (закаленная сталь, чугун и др.). Смятие возникает в соединениях (болтовых, заклепочных, шпоночных и др.), в местах опирания конструкций и в зонах контакта сжатых элементов. Смятие широко используется для создания заклепочных, врубовых и других плотных соединений; является начальной стадией таких процессов холодной и горячей обработки металлов, как прокатка, вальцовка, ковка. Величину напряжений смятия в конструкциях обычно ограничивают допускаемым напряжением смятия, которое определяется характером соприкасающихся поверхностей, свойствами используемого материала и его ориентацией относительно действующих нагрузок (например, в случае древесины – вдоль или поперек волокон).

Пример

Подобрать диаметр заклепок, соединяющих накладки с листом; проверить прочность заклепок на смятие и листов на разрыв. Материал листов и заклепок – прокат из стали Ст3.

Дано: $F = 8$ кН; $t_1 = 5$ мм; $t_2 = 3$ мм; $b = 50$ мм; $\sigma_т = 235$ МПа.

Решение

1. Определение диаметра заклепок

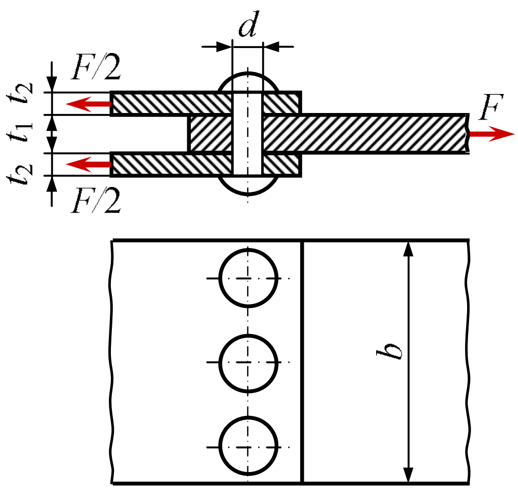
Допускаемые напряжения, рассчитанные на основе механической характеристики – предела текучести и нормативного коэффициента запаса:

$$[\sigma_р] = \sigma_т/[n_т] = 235/1{,}5 = 156{,}7\ \text{МПа} \approx 160\ \text{МПа};$$
$$[\tau] = 0{,}6[\sigma] = 0{,}6\cdot 160 = 96\ \text{МПа};$$
$$[\sigma_{см}] = (2 \div 2{,}5)[\sigma_р] = (2 \div 2{,}5)\cdot 160 = (320 \div 400)\text{МПа}.$$

Допускаемые напряжения согласно рекомендациям табл. П2.4:

$[\sigma_р] = 125$ МПа; $[\tau_{ср}] = 75$ МПа; $[\sigma_{см}] = 190$ МПа.

Из двух значений допускаемого напряжения на срез (96 и 75 МПа) принимаем меньшие значения допускаемого напряжения $[\tau_{ср}] = 75$ МПа. Из условия прочности при срезе



$$\tau = \frac{Q}{A_{ср}} \le [\tau],$$

определяем требуемую площадь поперечного сечения заклепок.

Стержень заклепки подвергается перерезыванию в двух плоскостях; средняя часть заклепки сдвигается вправо. Суммарная площадь среза

$$A_{ср} \ge \frac{Q}{[\tau]} = \frac{\pi d^2}{4} m\cdot n, \quad \Rightarrow \quad d \ge \sqrt{\frac{4Q}{\pi\cdot m\cdot n\cdot[\tau]}},$$